Teorie nutná ke zvládnutí cvičení 6

II.5. Kovariance a korelace

Definice (Rozptyl)**.** Pro náhodnou veličinu X definujeme **rozptyl** jako

$$\mathrm{var}X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)(X - \mathbb{E}X).$$

Definice (Kovariance)**.** Pro dvě náhodné veličiny X, Y s $\mathbb{E}X^2, \mathbb{E}Y^2 < \infty$ definujeme **kovarianci** jako

$$\mathrm{cov}(X, Y) = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)(Y - \mathbb{E}Y).$$

Definice (Korelace)**.** Pro dvě náhodné veličiny X, Y s $0 < \mathrm{var}X, \mathrm{var}Y < \infty$ definujeme **korelaci** jako

$$\mathrm{corr}(X, Y) = \frac{\mathrm{cov}(X, Y)}{\sqrt{\mathrm{var}X} \cdot \sqrt{\mathrm{var}Y}}.$$

Definice (Varianční matice)**.** Pro dvě náhodné veličiny X, Y s $\mathbb{E}X^2, \mathbb{E}Y^2 < \infty$ definujeme **varianční matici** jako

$$\mathrm{Var}(X, Y) = \begin{pmatrix} \mathrm{var}X & \mathrm{cov}(X, Y) \\ \mathrm{cov}(Y, X) & \mathrm{var}Y \end{pmatrix}.$$

Poznámka.

(a) $\mathrm{var}X \geq 0, \mathrm{cov}(X, Y) \in \mathbb{R}, \mathrm{corr}(X, Y) \in [-1, 1]$

(b) X, Y nezávislé, pak $\mathrm{cov}(X, Y) = \mathrm{corr}(X, Y) = 0$

(c) (Linearita rozptylu) Pro X, Y náhodné veličiny a $a, b \in \mathbb{R}$ platí

$$\mathrm{var}(aX + bY) = a^2\mathrm{var}X + b^2\mathrm{var}Y + 2a\,b\,\mathrm{cov}(X, Y)$$

Speciálně pro X, Y nezávislé je

$$\mathrm{var}(X + Y) = \mathrm{var}X + \mathrm{var}Y.$$